Теорема. *Множество* $(0 \times P) \cup (x_1 \times Q)$ *является полной системой представителей фактормножества* $M_q^2/GL_2(\mathbb{Z}_q)$ *в случае, когда* q *— простое и* $q \equiv 1 \bmod 3$.

Следствие. *Существует всего* $q^2 + 5q + 15$ *классов диффеоморфных замкнутых односвязных 6-мерных гладких многообразий* M *с* $H_2(M) \approx \mathbb{Z}_q^2$, *где* q *— простое и* $q \equiv 1 \bmod 3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жубр А. В. *Замкнутые односвязные шестимерные многообразия: доказательства классификационных теорем* // Алгебра и анализ. – 2000. – Т. 12. – Вып. 4. – С. 126-230.

2. Корниенко Л. В. *Перечисление замкнутых односвязных шестимерных гладких многообразий с циклическими гомологиями* // Проблемы теоретической и прикладной математики: Труды 39-й Всероссийской молодёжной конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – С. 21-22.

С. А. Крейс

Саратовский государственный университет,

kreissa@info.sgu.ru

ОПЕРАТОР СИНТЕЗА, АССОЦИИРОВАННЫЙ С АЛЬТЕРНАТИВНЫМ ДУАЛЬНЫМ ФРЕЙМОМ, КАК СПЛЕТАЮЩИЙ ОПЕРАТОР

Пусть F — банахово пространство и F^* — сопряженное к нему. Далее, пусть задано банахово пространство X, состоящее из числовых последовательностей $a = \{a_n\}$ и удовлетворяющее следующему условию: система канонических ортов $\{\varepsilon_n\}$ образует базис в X.

Всюду далее под термином "оператор" будем понимать линейный ограниченный оператор.

Определение 1. *Пусть заданы операторы* $A : X \mapsto X$ *и* $B : F \mapsto F$. *Оператор* $S : X \mapsto F$ *называется сплетающим для пары* $[A, B]$, *если коммутативна диаграмма*

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{A} & X \\ S\big\downarrow & & \big\downarrow S, \\ F & \xrightarrow{B} & F \end{array}$$

т. е. если имеет место равенство $SA = BS$.

Определение 2. *Пусть заданы системы* $\{f_n\} \subset F$ *и* $\{g_n\} \subset F^*$. *Для всех* $f \in F$ *имеет место принадлежность*

$$\{(f, g_n)\} \in X.$$

Предположим, что существуют положительные постоянные α, $\widetilde{\alpha}$, β, $\widetilde{\beta}$, *такие, что для любого* $f \in F$ *выполняется неравенство*

$$\widetilde{\alpha}\,\|f\|_F \leqslant \|\{(f, g_n)\}\|_X \leqslant \widetilde{\beta}\,\|f\|_F$$

и любого $g \in F^*$ *выполняется неравенство*

$$\alpha\,\|g\|_{F^*} \leqslant \|\{(f_n, g)\}\|_{X^*} \leqslant \beta\,\|g\|_{F^*}\,.$$

Если при этом справедлива формула восстановления

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} (f, g_n)\, f_n,$$

то пара систем $\{f_n\}$ *и* $\{g_n\}$ *образует кросс-фрейм.*

Данное определение было введено в [1]. Кросс-фрейм в банаховом пространстве — это аналог альтернативных дуальных фреймов в гильбертовом пространстве. Рассмотрим ассоциированный с кросс-фреймом $\left(\{f_n\}, \{g_n\}\right)$ оператор синтеза

$$S : X \mapsto F,$$

определенный равенством

$$Sa = \sum a_n f_n.$$

Пусть N — пространство коэффициентов нуль-рядов системы $\{f_n\}$, совпадающее с ядром оператора синтеза $N = \operatorname{Ker}(S)$. Наряду с оператором синтеза также рассмотрим оператор анализа

$$R : F \mapsto X,$$

действующий по формуле

$$Rf = \{(f, g_n)\}.$$

Теорема 1. *Пусть определен оператор $A : X \mapsto X$, а $S : X \mapsto F$ — оператор синтеза. Тогда существование такого оператора $B : F \mapsto F$, что S является сплетающим для пары $[A, B]$, эквивалентно включению $A(N) \subset N$. При этом оператор B определен однозначно.*

Теорема 2. *Пусть определен оператор $B : F \mapsto F$, S — оператор синтеза. Тогда существует такой оператор $A : X \mapsto X$, что S является сплетающим для пары $[A, B]$, и общий вид такого оператора дается равенством*

$$A = RBS + A_0,$$

где A_0 *— произвольный оператор, удовлетворяющий условию* $A_0(X) \subset N$.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Президента РФ для молодых российских ученых (проект МК-346.2009.1) и РФФИ (проект 10-01-00097-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Крейс С. *Альтернативные дуальные фреймы в банаховых пространствах* // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. – Вып. 11. – 36 с.

О. С. Кудрявцева

Волжский гуманитарный институт,

Kudryavceva@vgi.volsu.ru

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КЛАССА ФУНКЦИЙ, СВЯЗАННЫХ С ДРОБНЫМ ИТЕРИРОВАНИЕМ ГОЛОМОРФНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЕДИНИЧНОГО КРУГА В СЕБЯ, СОХРАНЯЮЩИХ НАЧАЛО КООРДИНАТ

Пусть f — аналитическая функция, отображающая единичный круг $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ в себя и удовлетворяющая условиям $f(0) = 0$, $f'(0) \neq 0$. В силу согласованности области определения и области значения функции f определены её натуральные итерации по правилу $f^0(z) \equiv z$, $f^1(z) = f(z)$ и $f^n(z) = f \circ f^{n-1}(z)$ при $n = 2, 3, \ldots$.